

Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

c^{1/4}h by sPhErE,
2014-07-17

powered by L^AT_EX

was soll das alles überhaupt?

was soll das alles überhaupt?

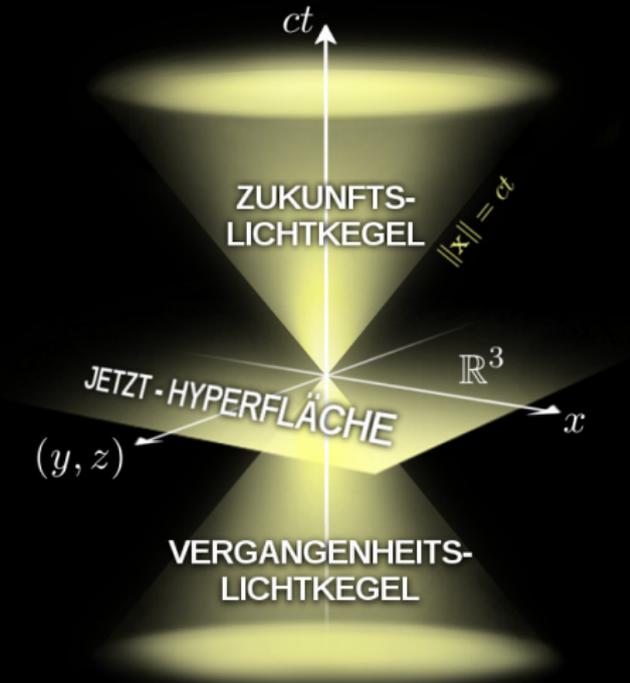
- damals™: Newton-Mechanik

was soll das alles überhaupt?

- damals™: Newton-Mechanik
- Einstein: Spezielle Relativitätstheorie (SRT)

was soll das alles überhaupt?

- damals™: Newton-Mechanik
- Einstein: Spezielle Relativitätstheorie (SRT)



was soll das alles überhaupt?

- Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

was soll das alles überhaupt?

- Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

was soll das alles überhaupt?

- Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie (ART)
 - *Relativistische Gravitationstheorie*

was soll das alles überhaupt?

- **Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie (ART)**
 - *Relativistische Gravitationstheorie*
 - Ersetze **Inertialsysteme**

was soll das alles überhaupt?

- **Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie (ART)**
 - *Relativistische Gravitationstheorie*
 - Ersetze **Inertialsysteme**
 - Grenzfälle: SRT, Newton

Diffeomorphismen-Invarianz

Diffeomorphismen-Invarianz

- statt IS: Naturgesetze **koordinatenunabhängig**

Diffeomorphismen-Invarianz

- statt IS: Naturgesetze **koordinatenunabhängig**
- Äquivalenzprinzip:

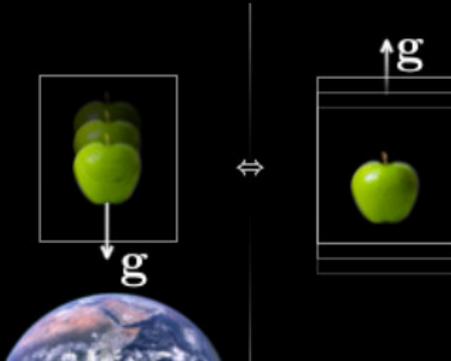
Diffeomorphismen-Invarianz

- statt IS: Naturgesetze **koordinatenunabhängig**
- Äquivalenzprinzip:
 - Freier Fall \Leftrightarrow $\underbrace{\text{schwerelos (lokales IS)}}_{\text{SRT valide}}$

Diffeomorphismen-Invarianz

- statt IS: Naturgesetze **koordinatenunabhängig**
- Äquivalenzprinzip:
 - Freier Fall \Leftrightarrow schwerelos (lokales IS)

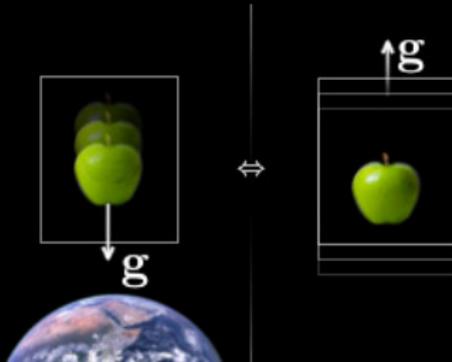
SRT valide



Diffeomorphismen-Invarianz

- statt IS: Naturgesetze **koordinatenunabhängig**
- Äquivalenzprinzip:

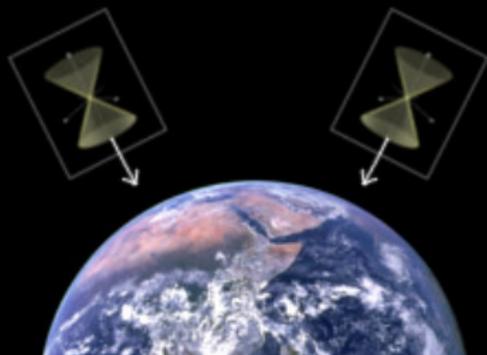
- Freier Fall \Leftrightarrow schwerelos (lokales IS)
SRT valide



- \rightarrow Gravitation **lokal wegtransformierbare** Scheinkraft

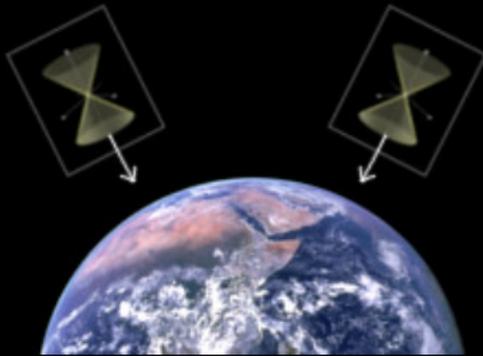
Äquivalenzprinzip

- *Global*: Gezeitenfeld „verdreh“ Lichtkegel



Äquivalenzprinzip

- *Global*: Gezeitenfeld „verdreh“ Lichtkegel



- → *dynamisches* „Metrikfeld“

Raumzeit als Mannigfaltigkeit

Raumzeit als Mannigfaltigkeit

Def.: *Die Menge (\mathcal{M}, g) heißt genau dann*

- pseudo-riemannsche **Mannigfaltigkeit**,

wenn:

Raumzeit als Mannigfaltigkeit

Def.: Die Menge (\mathcal{M}, g) heißt genau dann

- pseudo-riemannsche **Mannigfaltigkeit**,

wenn:

- \mathcal{M} ist **topologischer** Hausdorff-Raum mit abzählbarer Basis

Raumzeit als Mannigfaltigkeit

Def.: Die Menge (\mathcal{M}, g) heißt genau dann

- pseudo-riemannsche **Mannigfaltigkeit**,

wenn:

- \mathcal{M} ist **topologischer** Hausdorff-Raum mit abzählbarer Basis
- **lokal homöomorph** zur **flachen** Raumzeit

Raumzeit als Mannigfaltigkeit

Def.: Die Menge (\mathcal{M}, g) heißt genau dann

- pseudo-riemannsche **Mannigfaltigkeit**,

wenn:

- \mathcal{M} ist **topologischer** Hausdorff-Raum mit abzählbarer Basis
- **lokal homöomorph** zur **flachen** Raumzeit
- g ist pseudometrischer Tensor

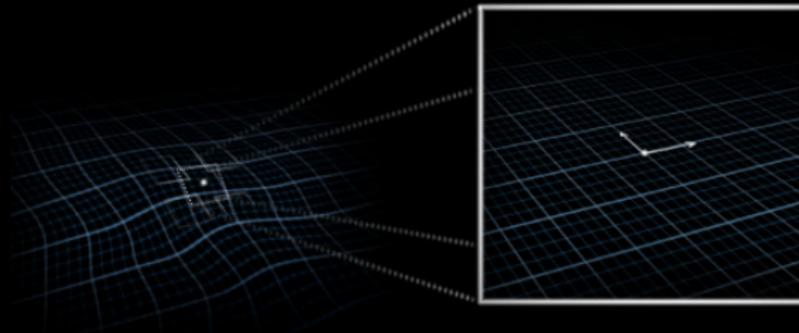
Raumzeit als Mannigfaltigkeit

Def.: Die Menge (\mathcal{M}, g) heißt genau dann

- pseudo-riemannsche **Mannigfaltigkeit**,

wenn:

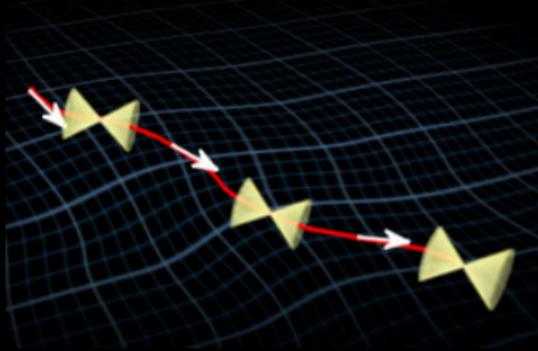
- \mathcal{M} ist **topologischer** Hausdorff-Raum mit abzählbarer Basis
- **lokal homöomorph** zur **flachen** Raumzeit
- g ist pseudometrischer Tensor



Geometrische Effekte

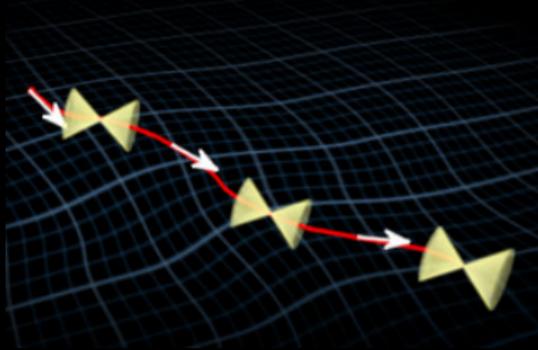
Geometrische Effekte

- Geodätische Weltlinien



Geometrische Effekte

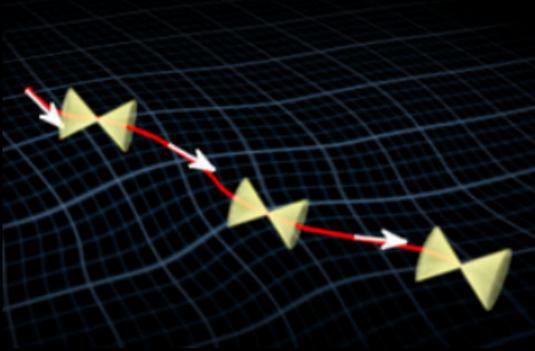
- Geodätische Weltlinien



- Gravitationsfeld = *Variationen* im metrischen Tensor

Geometrische Effekte

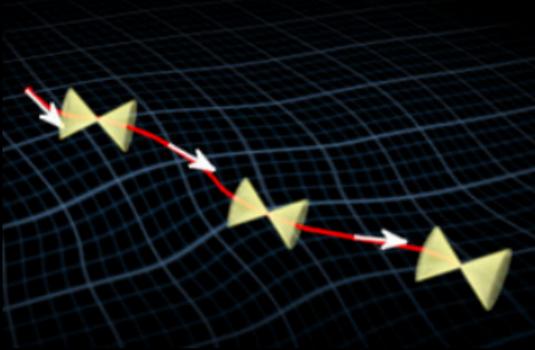
- Geodätische Weltlinien



- Gravitationsfeld = Variationen im metrischen Tensor
- Gravitationspotential = Zeit- und Raumkomponenten der Metrik

Geometrische Effekte

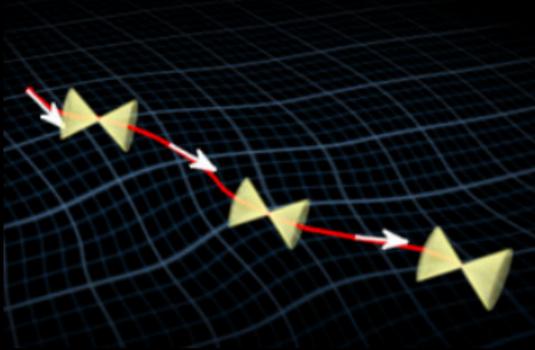
- Geodätische Weltlinien



- Gravitationsfeld = Variationen im metrischen Tensor
- Gravitationspotential = Zeit- und Raumkomponenten der Metrik
 - Gravitative Zeitdehnung + Längenkontraktion

Geometrische Effekte

- Geodätische Weltlinien



- Gravitationsfeld = Variationen im metrischen Tensor
- Gravitationspotential = Zeit- und Raumkomponenten der Metrik
 - Gravitative Zeitdehnung + Längenkontraktion
- Gezeitenfeld = Krümmung der Raumzeit

Quellen des Gezeitenfelds

Quellen des Gezeitenfelds

- *SRT*: $E = mc^2 \rightarrow$ **Energie** gravitiert und ist Quelle

Quellen des Gezeitenfelds

- *SRT*: $E = mc^2 \rightarrow$ **Energie** gravitiert und ist Quelle
- Energie-Impuls-Tensor:

$$(T_{\mu\nu}) = \begin{array}{c|ccc} \text{Energie-} & & & \\ \text{dichte} & & \text{Impulsdichte} & \\ \hline \text{Impulsdichte} & \rho & T_{12} & T_{13} \\ & T_{21} & \mu & T_{23} \\ & T_{31} & T_{32} & \epsilon \end{array}$$

Feldgleichungen

Feldgleichungen

- Energie ist Raumzeitkrümmung:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Feldgleichungen

- Energie ist Raumzeitkrümmung:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

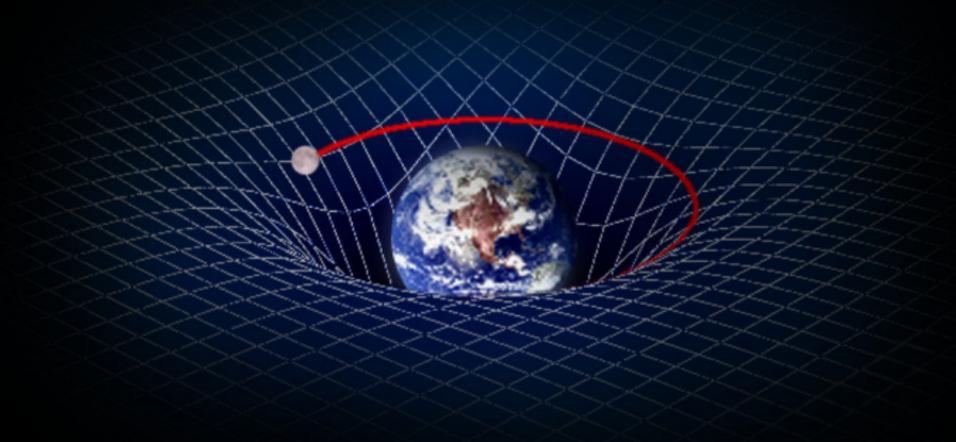
- 10 unabhängige Gleichungen!

Feldgleichungen

- Energie ist Raumzeitkrümmung:

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

- 10 unabhängige Gleichungen!



Lösungen: SRT Limit

Lösungen: SRT Limit

- Massendichten: Newtonsches Gravitationsgesetz (**statisches** Feld)

Lösungen: SRT Limit

- Massendichten: Newtonsches Gravitationsgesetz (**statisches** Feld)
- Massenströme: **gravitomagnetisches** Feld + Lorentzkraft

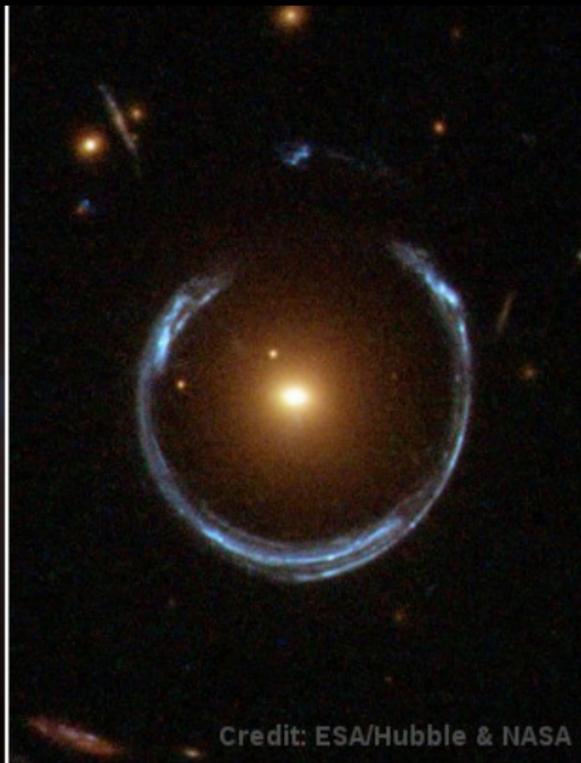
Lösungen: SRT Limit

- Massendichten: Newtonsches Gravitationsgesetz (**statisches** Feld)
- Massenströme: **gravitomagnetisches** Feld + Lorentzkraft
- Quadrupolverteilung → **Gravitationswellen**

Lösungen: SRT Limit

- Massendichten: Newtonsches Gravitationsgesetz (**statisches** Feld)
- Massenströme: **gravitomagnetisches** Feld + Lorentzkraft
- Quadrupolverteilung → **Gravitationswellen**
- Lichtablenkung, Gravitationslinseneffekt

- Gravitationslinseneffekt:



- Gravitationslinseneffekt:



Exakte Lösung: Schwarzschildmetrik

Exakte Lösung: Schwarzschildmetrik

- Zeitunabhängige, kugelsymmetrische Vakuumlösung:

Exakte Lösung: Schwarzschildmetrik

- Zeitunabhängige, kugelsymmetrische Vakuumlösung:
 - Keplerbahnen + Perihelshift

Exakte Lösung: Schwarzschildmetrik

- Zeitunabhängige, kugelsymmetrische Vakuumlösung:
 - Keplerbahnen + Perihelshift
 - statische schwarze Löcher:

Exakte Lösung: Schwarzschildmetrik

- Zeitunabhängige, kugelsymmetrische Vakuumlösung:
 - Keplerbahnen + Perihelshift
 - statische schwarze Löcher:
 - Zentralmasse M hat Schwarzschildradius $r_s = \frac{2GM}{c^2}$

Exakte Lösung: Schwarzschildmetrik

- Zeitunabhängige, kugelsymmetrische Vakuumlösung:
 - Keplerbahnen + Perihelshift
 - statische schwarze Löcher:
 - Zentralmasse M hat Schwarzschildradius $r_s = \frac{2GM}{c^2}$
 - Beim Unterschreiten: Schwarzes Loch mit Ereignishorizont

Weitere exakte Lösungen

Weitere exakte Lösungen

- **Kerr-Newman-Metrik:** geladene, rotierende schwarze Löcher

Weitere exakte Lösungen

- **Kerr-Newman-Metrik:** geladene, rotierende schwarze Löcher
- **Robertson-Walker-Metrik:** Homogene, isotrope Friedmann-Expansion

Weitere exakte Lösungen

- **Kerr-Newman-Metrik:** geladene, rotierende schwarze Löcher
- **Robertson-Walker-Metrik:** Homogene, isotrope Friedmann-Expansion
- ...

Fragen