

C¹/₄ - Modellierung und Simulation von Neuronen

Merovius

April 25, 2013

Worum geht es?

Worum geht es?

- Um Neuronen.

Worum geht es?

- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus

Worum geht es?

- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus
- Genauer: Um mathematische Modelle

Worum geht es?

- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus
- Genauer: Um mathematische Modelle

Und Warum?

Worum geht es?

- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus
- Genauer: Um mathematische Modelle

Und Warum?

- Um herauszufinden, wie Denken/Lernen/Signalübertragung funktioniert

Worum geht es?

- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus
- Genauer: Um mathematische Modelle

Und Warum?

- Um herauszufinden, wie Denken/Lernen/Signalübertragung funktioniert
- Für KI

Worum geht es?

- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus
- Genauer: Um mathematische Modelle

Und Warum?

- Um herauszufinden, wie Denken/Lernen/Signalübertragung funktioniert
- Für KI
- Um neurologische Krankheiten (z.B. Epilepsie, Parkinson...) zu verstehen

Worum geht es?

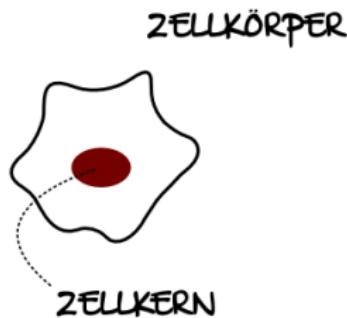
- Um Neuronen. Da ist u.a. euer Gehirn draus
- Genauer: Um mathematische Modelle

Und Warum?

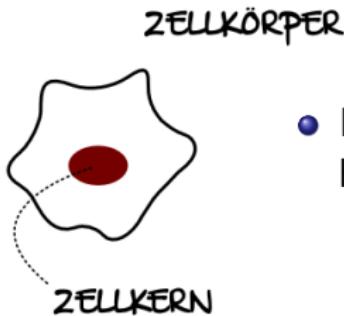
- Um herauszufinden, wie Denken/Lernen/Signalübertragung funktioniert
- Für KI
- Um neurologische Krankheiten (z.B. Epilepsie, Parkinson...) zu verstehen
- Für Mensch/Maschine-interfaces...

Anatomie eines Neurons

Anatomie eines Neurons - Zellkörper

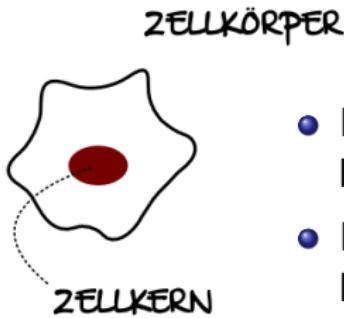


Anatomie eines Neurons - Zellkörper

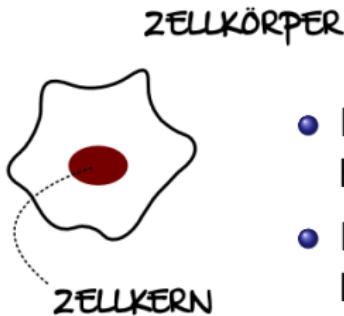


- Ionenkanäle machen die Membran halbdurchlässig für bestimmte Ionen.

Anatomie eines Neurons - Zellkörper

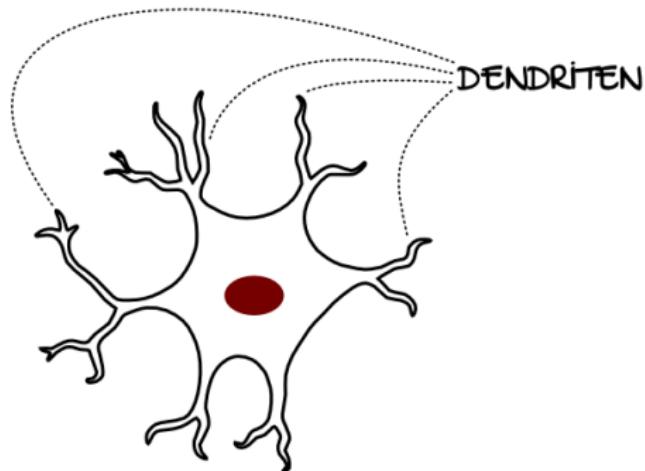


- Ionenkanäle machen die Membran halbdurchlässig für bestimmte Ionen.
- Ionenpumpen bauen Konzentrationsgefälle auf (Ruhepotential)

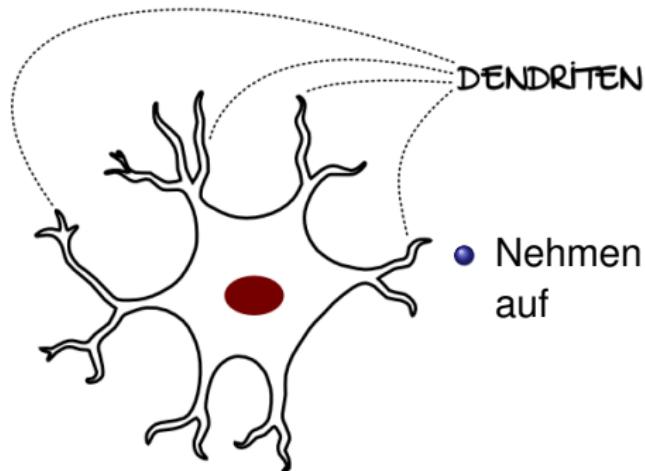


- Ionenkanäle machen die Membran halbdurchlässig für bestimmte Ionen.
- Ionenpumpen bauen Konzentrationsgefälle auf (Ruhepotential)
- Zellkern macht hauptsächlich Zell-Metabolismus

Anatomie eines Neurons - Dendriten

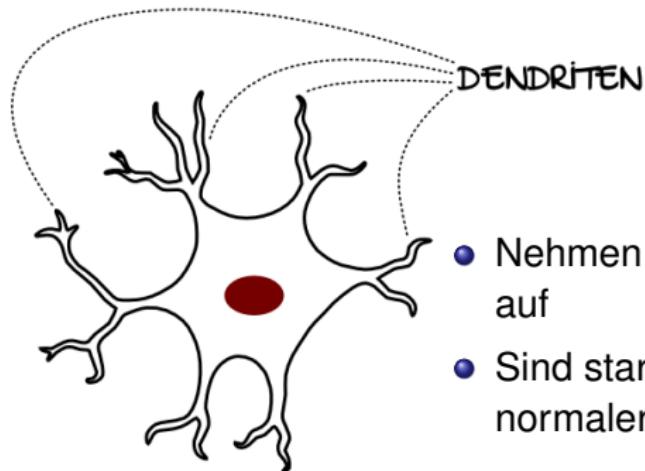


Anatomie eines Neurons - Dendriten



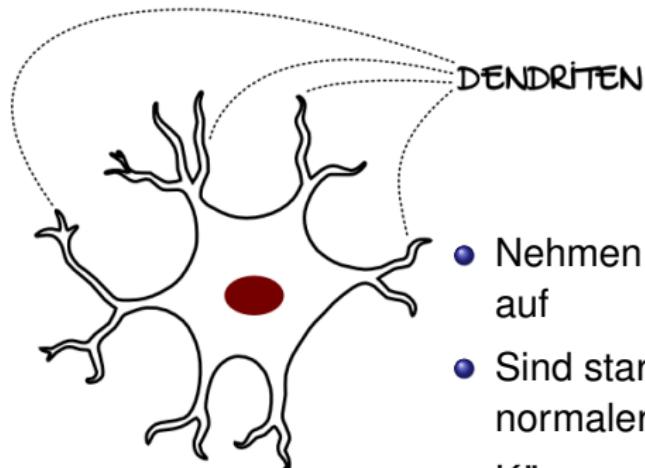
- Nehmen Signale anderer Neuronen auf

Anatomie eines Neurons - Dendriten



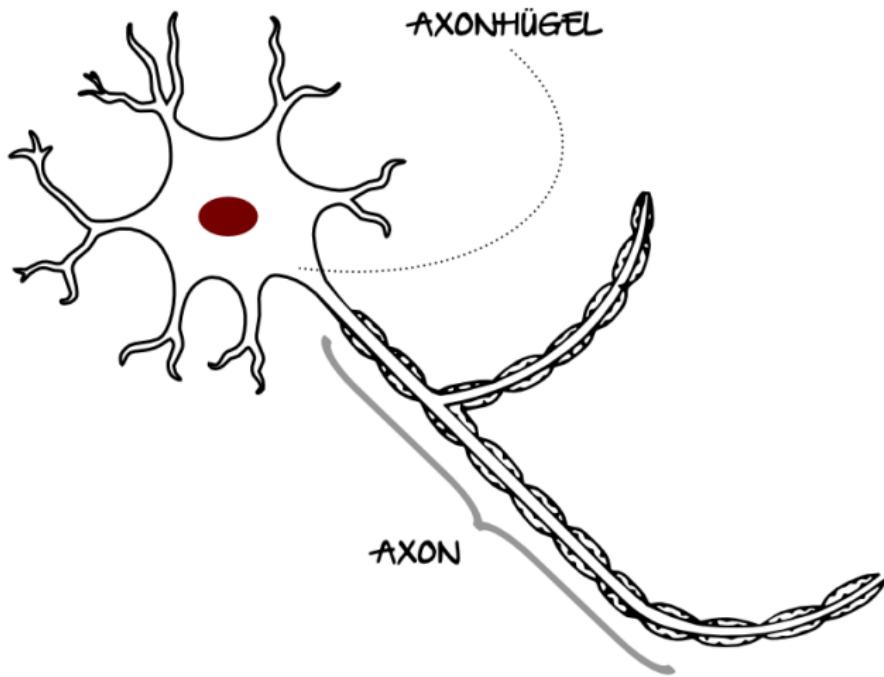
- Nehmen Signale anderer Neuronen auf
- Sind stark verzweigt und normalerweise *viele*

Anatomie eines Neurons - Dendriten

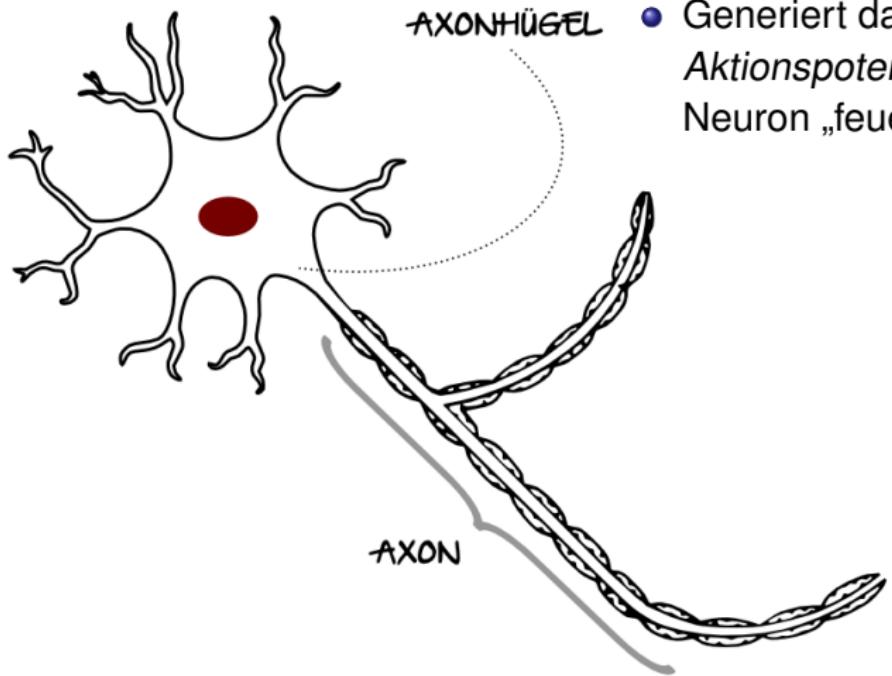


- Nehmen Signale anderer Neuronen auf
- Sind stark verzweigt und normalerweise *viele*
- Können *exitatorisch* (anregend) oder *inhibitorisch* (hemmend) sein

Anatomie eines Neurons - Axon

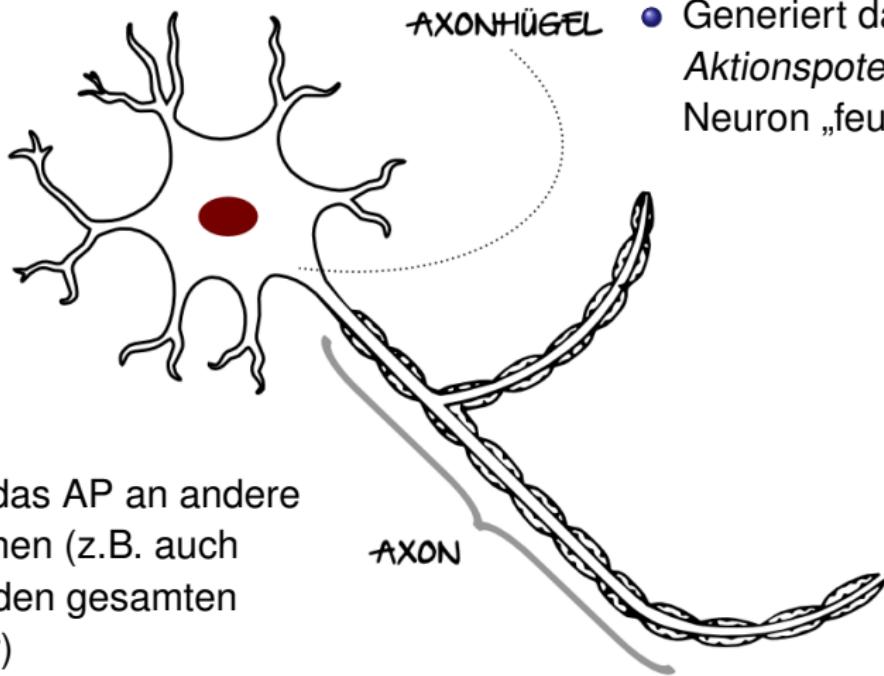


Anatomie eines Neurons - Axon

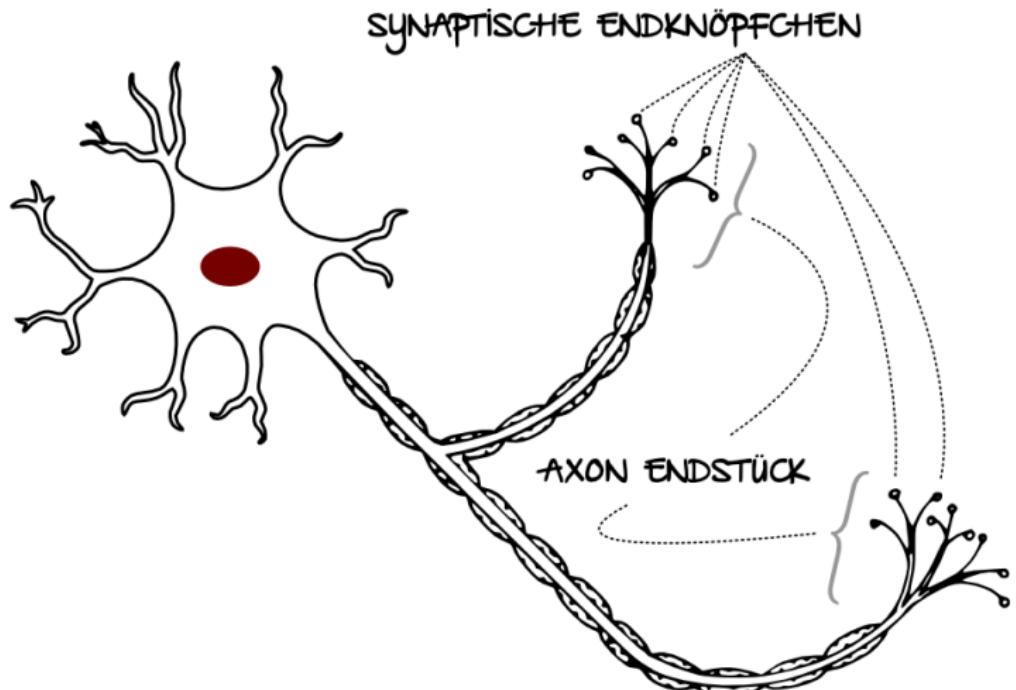


- Generiert das *Aktionspotential* (das Neuron „feuert“)

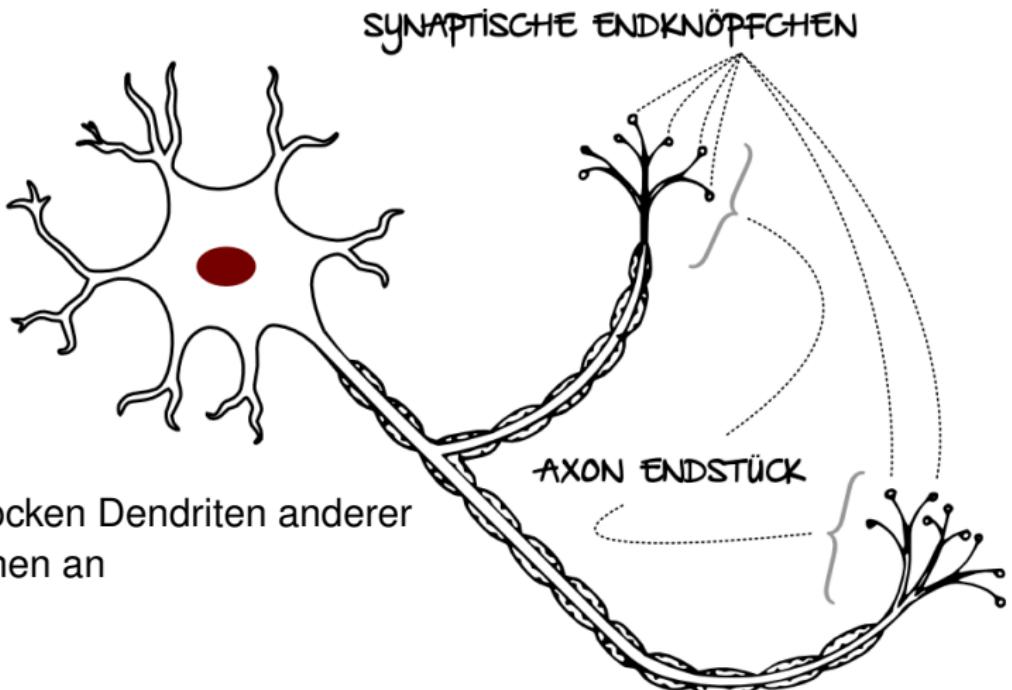
Anatomie eines Neurons - Axon



Anatomie eines Neurons - Synapsen

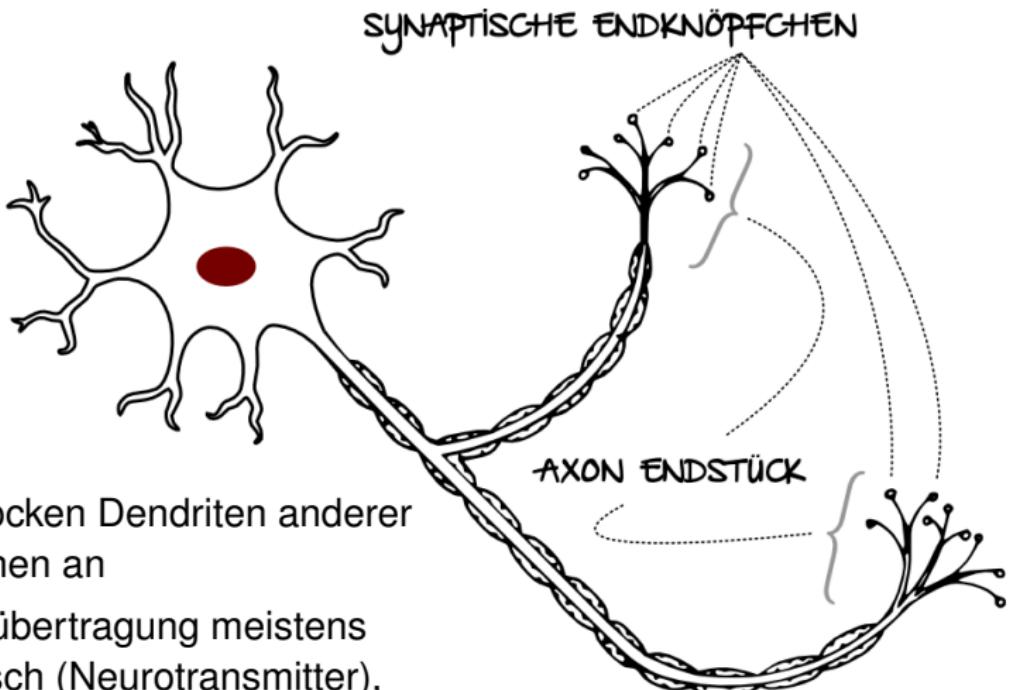


Anatomie eines Neurons - Synapsen



- Hier docken Dendriten anderer Neuronen an

Anatomie eines Neurons - Synapsen



- Hier docken Dendriten anderer Neuronen an
- Signalübertragung meistens chemisch (Neurotransmitter), manchmal elektrisch

- **Fragestellung:** Wie beeinflussen sich die einzelnen Inputs der Dendriten?

- **Fragestellung:** Wie beeinflussen sich die einzelnen Inputs der Dendriten?
- Einfachste Möglichkeit: Lineare Überlagerung:

$$V_{\text{Soma}} = \sum_{i \in \text{Dendriten}} a_i \cdot v_i$$

- **Fragestellung:** Wie beeinflussen sich die einzelnen Inputs der Dendriten?
- Einfachste Möglichkeit: Lineare Überlagerung:

$$v_{\text{Soma}} = \sum_{i \in \text{Dendriten}} a_i \cdot v_i$$

- Man sieht, dass dies das Produkt des Zeilenvektors der Gewichte mit dem Spaltenvektor der Inputs ist.

- **Fragestellung:** Wie beeinflussen sich die einzelnen Inputs der Dendriten?
- Einfachste Möglichkeit: Lineare Überlagerung:

$$v_{\text{Soma}} = \sum_{i \in \text{Dendriten}} a_i \cdot v_i$$

- Man sieht, dass dies das Produkt des Zeilenvektors der Gewichte mit dem Spaltenvektor der Inputs ist.
- Nummerieren wir die Neuronen mit $1, \dots, n$ durch und nennen wir a_{ij} das Gewicht, mit dem der Output von Neuron i für das Neuron j gewichtet wird, erhalten wir:

$$\vec{v}_{\text{Soma}} = A \vec{v}_{\text{Out}}$$

- Wir erhalten die Spannung am Zellkörper durch Matrixmultiplikation \Rightarrow schnell.

- Wir erhalten die Spannung am Zellkörper durch Matrixmultiplikation \Rightarrow schnell.
- Wir wollen ein binäres Outputsignal haben:

$$\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$v_i \mapsto \begin{cases} 1 & v_i > v_{\text{thresh}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\vec{v}'_{\text{Out}} = \varphi(A \vec{v}_{\text{Out}})$$

- Wir erhalten die Spannung am Zellkörper durch Matrixmultiplikation \Rightarrow schnell.
- Wir wollen ein binäres Outputsignal haben:

$$\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$v_i \mapsto \begin{cases} 1 & v_i > v_{\text{thresh}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\vec{v}'_{\text{Out}} = \varphi(A \vec{v}_{\text{Out}})$$

- Wir können solche Netze verschiedener Größe kombinieren und mit verschiedenen Regeln ausstatten und erhalten so „künstliche Intelligenz“

- Wir erhalten die Spannung am Zellkörper durch Matrixmultiplikation \Rightarrow schnell.
- Wir wollen ein binäres Outputsignal haben:

$$\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$v_i \mapsto \begin{cases} 1 & v_i > v_{\text{thresh}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\vec{v}'_{\text{Out}} = \varphi(A \vec{v}_{\text{Out}})$$

- Wir können solche Netze verschiedener Größe kombinieren und mit verschiedenen Regeln ausstatten und erhalten so „künstliche Intelligenz“
- Gut bei Klassifizierungsproblemen, schlecht bei ungefähr allem anderen

- Wir erhalten die Spannung am Zellkörper durch Matrixmultiplikation \Rightarrow schnell.
- Wir wollen ein binäres Outputsignal haben:

$$\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$v_i \mapsto \begin{cases} 1 & v_i > v_{\text{thresh}} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\vec{v}'_{\text{Out}} = \varphi(A \vec{v}_{\text{Out}})$$

- Wir können solche Netze verschiedener Größe kombinieren und mit verschiedenen Regeln ausstatten und erhalten so „künstliche Intelligenz“
- Gut bei Klassifizierungsproblemen, schlecht bei ungefähr allem anderen
- Großes Thema \Rightarrow andere C1/4?

- **Fragestellung:** Wie wird am Axonhügel das Aktionspotential generiert?

- **Fragestellung:** Wie wird am Axonhügel das Aktionspotential generiert?
- Wir können die Zellmembran als Kondensator betrachten:

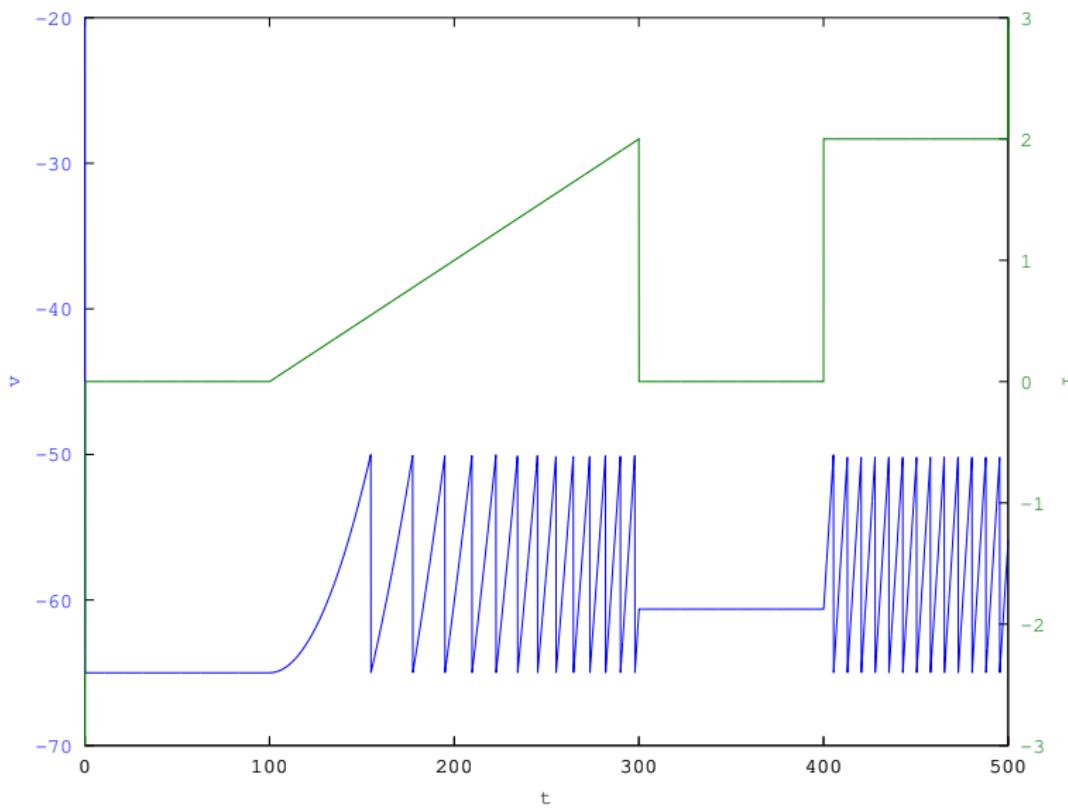
$$Q = Cv \Rightarrow C\dot{v} = I$$

- **Fragestellung:** Wie wird am Axonhügel das Aktionspotential generiert?
- Wir können die Zellmembran als Kondensator betrachten:

$$Q = Cv \Rightarrow C\dot{v} = I$$

- Dieses System konvergiert (ohne spiking) gegen einen Gleichgewichtszustand. Wir führen ein „manuelles spiken“ ein: Ist $v(t) > v_{\text{thresh}}$, rufen wir „spike“ und setzen $v(t) = v_{\text{reset}}$

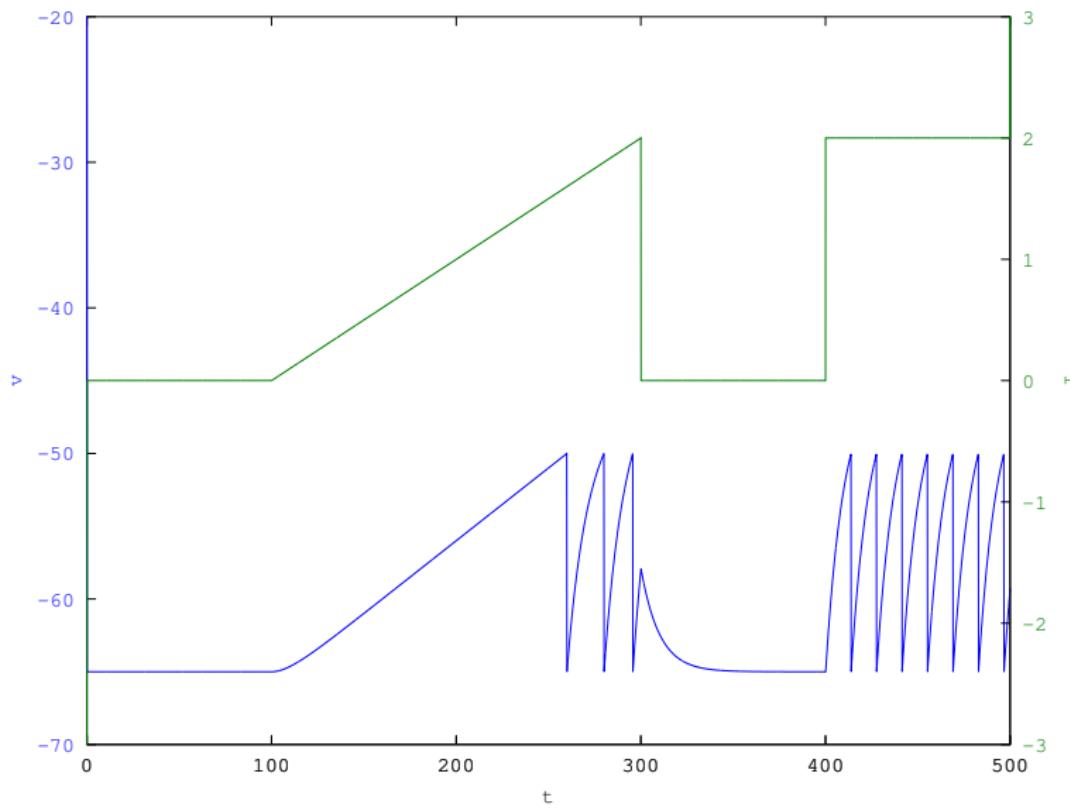
Punktneuronen - Integrate and Fire



- Zellmembran ist kein Isolator, sondern Halbdurchlässig für bestimmte Ionen
- Lösung: Leckstrom-Term:

$$C\dot{v} = I - \frac{v}{R}$$

Punktneuronen - Leaky Integrate and Fire



Punktneuronen - Hodgkin-Huxley

- In ähnlicher Weise geht es weiter: Izhikevic-Modell, IFAdEx-Modell, ...

Punktneuronen - Hodgkin-Huxley

- In ähnlicher Weise geht es weiter: Izhikevic-Modell, IFAdEx-Modell, ...
- Krönung der Punktneuronen-Modelle: Hodgkin-Huxley

Punktneuronen - Hodgkin-Huxley

- In ähnlicher Weise geht es weiter: Izhikevic-Modell, IFAdEx-Modell, ...
- Krönung der Punktneuronen-Modelle: Hodgkin-Huxley
- Wir ergänzen den Leckstrom mit mehreren, spannungsabhängigen Ionenströmen:

$$C\dot{v} = g_L(v - v_L) + \sum_i I_i = g_L(v - v_L) + \sum_i g_i(t, v)(v - v_L)$$

Punktneuronen - Hodgkin-Huxley

- In ähnlicher Weise geht es weiter: Izhikevic-Modell, IFAdEx-Modell, ...
- Krönung der Punktneuronen-Modelle: Hodgkin-Huxley
- Wir ergänzen den Leckstrom mit mehreren, spannungsabhängigen Ionenströmen:

$$C\dot{v} = g_L(v - v_L) + \sum_i I_i = g_L(v - v_L) + \sum_i g_i(t, v)(v - v_L)$$

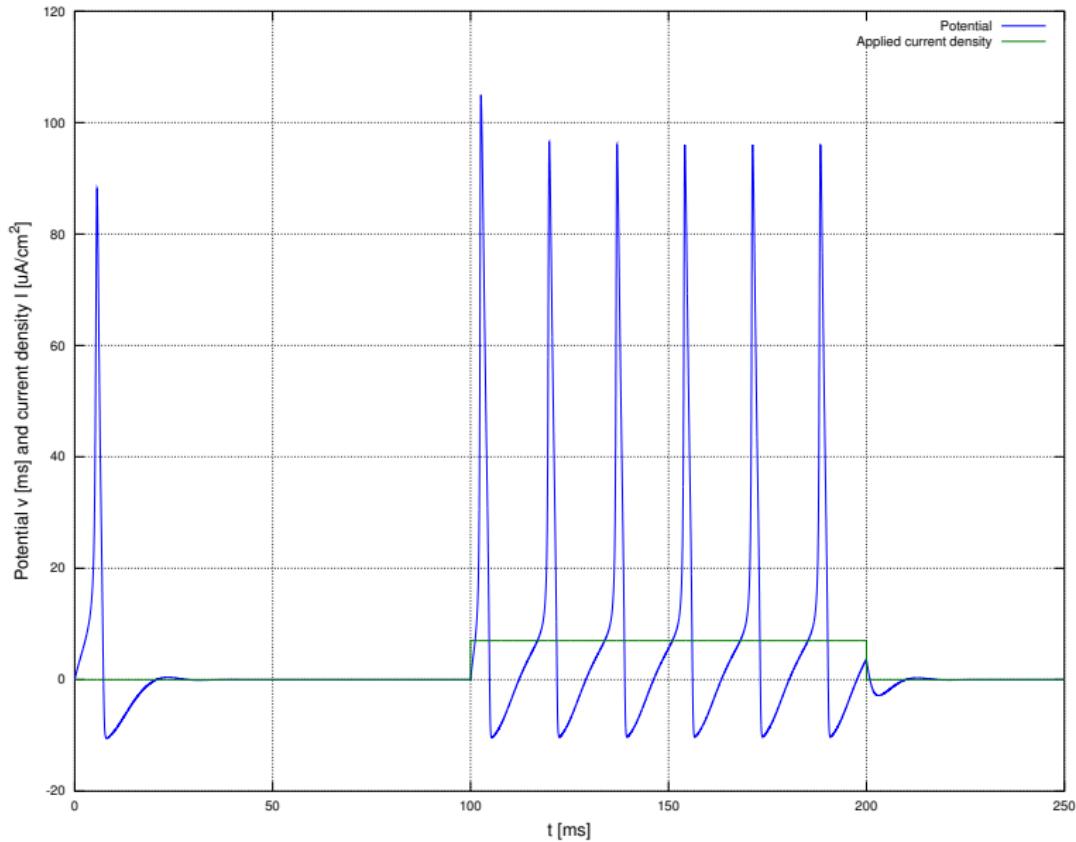
$$g_i(t, v) = \bar{g}_i m_i(t, v)^{p_i} h_i(t, v)^{q_i}$$

- Modell: \bar{g}_i ist die maximale Leitfähigkeit, jedes m_i ein anregendes Tor, jedes h_i ein hemmendes Tor (jeweils mit Werten in $[0, 1]$), beschrieben durch:

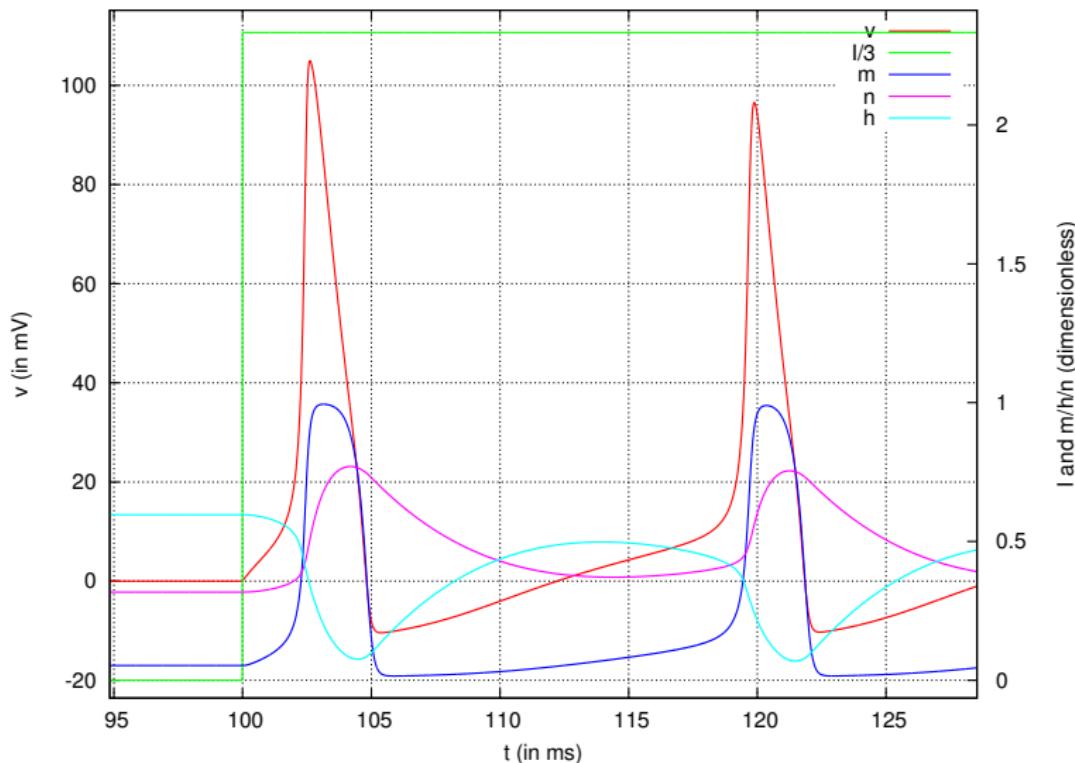
$$\dot{m}_i = \alpha_i(v)(1 - m_i) - \beta_i(v)m_i$$

$$\dot{h}_i = \gamma_i(v)(1 - h_i) - \delta_i(v)h_i$$

Punktneuron - Hodgkin-Huxley



Punktneuron - Hodgkin-Huxley



- Für Modellierung neuronaler Netze u.ä. sind Informationen über Signalausbreitung/Verzögerung innerhalb des Neurons nötig

- Für Modellierung neuronaler Netze u.ä. sind Informationen über Signalausbreitung/Verzögerung innerhalb des Neurons nötig
- Modellierung des Dendriten-Baumes als Folge verzweigter Zylinder

- Für Modellierung neuronaler Netze u.ä. sind Informationen über Signalausbreitung/Verzögerung innerhalb des Neurons nötig
- Modellierung des Dendriten-Baumes als Folge verzweigter Zylinder
- Die Membran wird modelliert als Kombination aus Kondensator und Widerstand

- Für Modellierung neuronaler Netze u.ä. sind Informationen über Signalausbreitung/Verzögerung innerhalb des Neurons nötig
- Modellierung des Dendriten-Baumes als Folge verzweigter Zylinder
- Die Membran wird modelliert als Kombination aus Kondensator und Widerstand
- Das Zellplasma (entlang der Stromrichtung) wird als Ohmscher Widerstand modelliert

- Für Modellierung neuronaler Netze u.ä. sind Informationen über Signalausbreitung/Verzögerung innerhalb des Neurons nötig
- Modellierung des Dendriten-Baumes als Folge verzweigter Zylinder
- Die Membran wird modelliert als Kombination aus Kondensator und Widerstand
- Das Zellplasma (entlang der Stromrichtung) wird als Ohmscher Widerstand modelliert
- Partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung für jeden Abschnitt

Fragen?